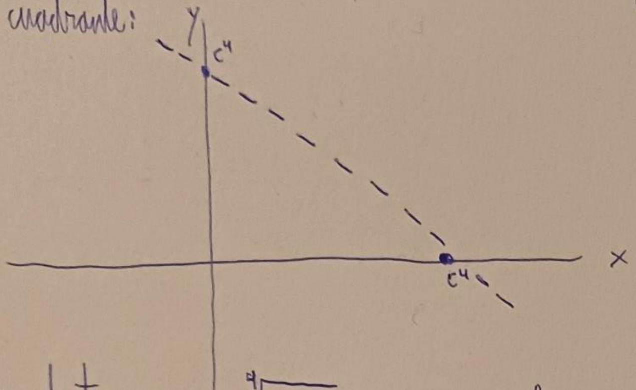
Pedro Martínez Coamaño

ATRÉVETE FOLLA 1

• Buscar $f(\vec{x})$ en el que los conjuntos de nivel sean rectas que cortan los ejes en los puntos c^4.

Como ha de cortar c^4, sea c cualquier número, c^4 será positivo y por tanto la recta se podrá encontrar en el primer cuadrante:



La recta se puede escribir como $y = ax + b$ tal que $b = c^4 \Longrightarrow y = ax + c^4$

La pendiente es negativa, por lo que $a < 0$, pero como debe cortar ambos ejes en c^4, la pendiente será $a = -1$, por lo que las rectas de las curvas de nivel se verán como:

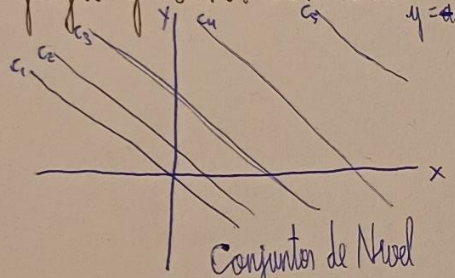
$$y = -x + c^4 \quad ; c \in \mathbb{R} \text{ (Por ahora)}$$

Reordenando tenemos que $\sqrt[4]{y+x} = c$, y como buscamos los conjuntos de nivel para $c \in \mathbb{Z}^+$, es decir:

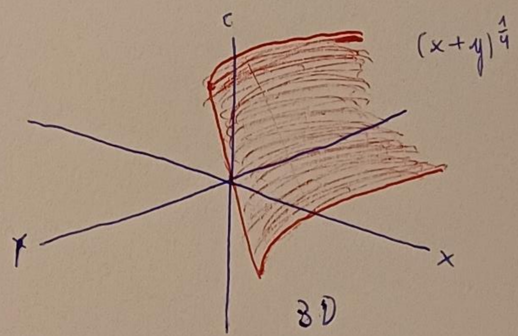
$S_c = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / f(x,y) = c\} \subset \mathbb{R}$, cumpliendo con los requisitos obtenemos: $S_c = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \sqrt[4]{y+x} = c\} \subset \mathbb{R}$

Por lo que la función será: $f(x,y) = \sqrt[4]{x+y}$

• Dibujar gráfico y obtener dominio.



Conjuntos de Nivel



3D

El dominio será todo $\mathbb{R}$ que cumpla que $x+y$ sea positivo ya que es afectado por una raíz de grado par, de otra forma la raíz sería negativa y no se podría representar: $\text{Dominio} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x+y \geq 0\}$

Y la imagen nunca será (siendo c eje z de coordenadas) en z menor a cero al ser afectada por la potencia de 4 que la hace positiva (pero esto ya no es dominio).

• Demostrar mayor distancia a mayor c para $c \in \mathbb{Z}^+$

$\forall c \in \mathbb{Z}^+$ es trivial demostrar que, siendo $c^4 \in \mathbb{Z}^+$, $c_i^4 \geq c_j^4$ tal que $c_i \geq c_j$ en un orden mayor al ser c^n $n > 0$ (4 en este caso). Pero se puede ver como sucesión al depender cada recta de c: $\sum_{c=1}^{\infty} c^4 = \infty$ por lo que no converge ya que el término general tiende a infinito $\lim_{c\to\infty} a_c = \lim_{c\to\infty} c^4 = \infty$. Pero podría ser un crecimiento lineal, así que para demostrar que es exponencial veremos que su proyección de un número es mayor: $\frac{c+1}{c} > 1$ y $\frac{(c+1)^4}{c^4} > 1$ $\forall c \in \mathbb{Z}^+$ $c \neq 0$

pero siendo $\frac{(c+1)^4}{c^4} > \frac{c+1}{c} > 1$ $\forall c \in \mathbb{Z}^+ - \{0\}$ se cumpliría. A la vez esto que se propone es fácil de demostrar ya que sería ver que $c(c+1)^4 > (c+1)c^4$; $(c+1)^4 > (c+1)c^3$, que, desenvolviendo, quedaría que $3c^3 + 6c^2 + 4c + 1 > 0$ $\forall c \in \mathbb{Z}^+ - \{0\}$, que se cumple y de caso contrario llegaríamos a una contradicción de fácil contraejemplo.

Por ello la distancia entre estas rectas de nivel crece por nivel.